

**Bài 1.** (4,0 điểm)

Cho  $a = \sqrt{4 + \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} + \sqrt{4 - \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}$ .

a) Chứng minh  $a$  là nghiệm phương trình  $a^2 - 2a - 4 = 0$ .

b) Tính giá trị của biểu thức  $T = \frac{a^4 - 4a^3 + a^2 + 6a + 4}{a^2 - 2a + 12}$ .

**Bài 2.** (4,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x^3 + y^3 = 8 \\ x + y + 2xy = 2 \end{cases}$ .

2. Giải phương trình  $(x+1)(x+2)(x+3)^2(x+4)(x+5) = 360$ .

**Bài 3.** (4,0 điểm)

1. Cho  $a, b, c$  là các số thực bất kì. Chứng minh  $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$ .

2. Cho  $a, b, c$  là các số thực thỏa mãn:  $a \geq 1, b \geq 1, c \geq 1$  và  $ab + bc + ca = 9$ .

Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = a^2 + b^2 + c^2$ .

**Bài 4.** (6,0 điểm)

Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  ( $AC < AB$ ); gọi  $H$  là hình chiếu của  $A$  trên  $BC$ ,  $D$  là điểm nằm trên đoạn thẳng  $AH$  ( $D \neq A, D \neq H$ ). Đường thẳng  $BD$  cắt đường tròn tâm  $C$  bán kính  $CA$  tại  $E$  và  $F$  ( $F$  nằm giữa  $B$  và  $D$ );  $M$  là điểm trên đoạn thẳng  $AB$  sao cho  $ACF = 2BFM$ ;  $MF$  cắt  $AH$  tại  $N$ .

a) Chứng minh  $BH \cdot BC = BE \cdot BF$  và tứ giác  $EFHC$  nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh  $HD$  là phân giác góc  $EHF$ .

c) Chứng minh  $F$  là trung điểm  $MN$ .

**Bài 5.** (2,0 điểm)

Cho các số nguyên  $a, b, c$  thỏa mãn  $\frac{a^2}{a^2 + b^2} + \frac{c^2}{a^2 + c^2} = \frac{2c}{b + c}$ . Chứng minh  $bc$  là một số chính phương.

-----HẾT-----